

## SISTEMI POSITIVI - PROGRAMMA 2017/18

### 1. Rappresentazione dei sistemi discreti lineari positivi.

Matrici non negative e sistemi discreti positivi.

Matrici di permutazione e matrici monomie.

Proprietà combinatorie delle matrici non negative: primitività e irriducibilità: caratterizzazione algebrica e caratterizzazione topologica sul grafo di influenza

Forma normale di una matrice riducibile

Catene cicliche di vettori positivi e teorema di Coxson-Larson.

Proprietà spettrali: teorema di Perron per matrici primitive.

*Esempio: modello a classi di età*

Proprietà spettrali: teoria di Frobenius per matrici irriducibili e forma ciclica di Frobenius.

Proprietà estremali dell'autovalore massimale

*Esempio: onde di popolazione nel modello a classi di età*

*Esempio: controllo di potenza in una rete di trasmissione*

Proprietà spettrali di matrici non negative generiche.

M-matrici, matrici di Metzler e sistemi continui lineari positivi

### 2. Struttura dei sistemi discreti lineari positivi.

Stabilità asintotica. Statica comparativa.

*Esempio: obsolescenza e rinnovo di un parco macchine*

*Esempio: modello statico di Leontiev*

Sistemi compartimentali a tempo discreto.

*Esempi: catene di compartimenti, sistema mammillare*

*Esempio: qualità in una gerarchia*

Introduzione ai coni in  $\mathbb{R}^n$ :

solidità, convessità, chiusura, rappresentazione con generatori e con semispazi supporto, interno di un cono, dualità, coni poliedrici e coni finitamente generati

disequazioni lineari e alternative

Coni di raggiungibilità. raggiungibilità completa e controllabilità

*Esempio: reazione chimica reversibile*

*Esempio: assorbimento di un farmaco*

Osservabilità e cenno ai problemi di realizzazione.

Proprietà strutturali dei sistemi lineari continui positivi

### 3. Catene di Markov a stati finiti.

Definizioni e proprietà generali.

Catene regolari e catene irriducibili.

*Esempio: passeggiate casuali*

*Esempio: modello di diffusione di Ehrenfest*

Eventi e variabili casuali in una catena irriducibile.

Traiettorie

Tempi di attesa

Catene reversibili

Classificazione degli stati e classi di comunicazione. Catene con classi transitorie.

*Esempio: linea di produzione*

*Esempio: torneo con due giocatori*

*Esempio: modello genetico di Wright-Fisher e modello genetico di Moran*

### Riferimenti:

E. Fornasini. Appunti di Teoria dei Sistemi, Ediz Libreria Progetto, ediz. 2015 e dispense delle lezioni

### Per consultazione:

D. Luenberger, Introduction to Dynamic Systems, Wiley;

H.Minc, Nonnegative matrices, Wiley;

S.Rinaldi e L.Farina, I sistemi positivi: teoria e applicazioni, ed. Citta' Studi;

J.R.Norris, Markov Chains, Cambridge U.P.;

G.Kemeny and J.L.Snell, Finite Markov chains, Van Nostrand.

